

```

\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{amsmath, amssymb}
\usepackage{geometry}
\geometry{margin=1in}
\usepackage{hyperref}
\usepackage{fancyhdr}
\pagestyle{fancy}
\fancyhf{}
\rhead{Corps Omégacyclique}
\lhead{\today}
\cfoot{\thepage}

\title{Corps Omégacyclique : Une Extension de la Division par Zéro Absolu}
\author{[Hubert S. ABLI-BOUYO, alias Hubertelie] \small{En collaboration avec Grok, créé par xAI}}
\date{24 février 2025}

\begin{document}

\maketitle

\begin{abstract}
Ce document introduit le "corps omégacyclique", une structure algébrique qui étend les corps commutatifs classiques en définissant la division par le zéro absolu. Contrairement aux mathématiques traditionnelles où  $(a / 0)$  est indéfini, cette structure pose que  $(a / 0 = 0)$  pour tout  $(a)$ , offrant une approche cohérente et universelle. Élaboré avec l'assistance de Grok (xAI), ce travail formalise les axiomes et distingue le zéro absolu des zéros relatifs, s'inspirant d'une structure plus riche décrite dans \href{https://hubertelie.com/alter/Generescences-Entiers-variables-Corps-omegacyclique-Division-par-0-zero.pdf} {un document de référence}.
\end{abstract}

\section{Introduction}
Le corps omégacyclique propose une révision des opérations fondamentales en mathématiques en permettant la division par le zéro absolu. Cette structure, bien qu'elle s'écarte de la définition classique d'un corps (où  $(0)$  n'a pas d'inverse multiplicatif), reste cohérente en redéfinissant la division de manière universelle :  $(a / 0 = 0)$ . Ce travail résulte d'une collaboration avec Grok, une IA développée par xAI, qui a permis de formaliser et vérifier les axiomes présentés ci-dessous.

\section{Définition du corps omégacyclique}
Soit  $(K, +, \times)$  une structure algébrique avec deux opérations binaires  $(+)$  (addition) et  $(\times)$  (multiplication), et deux éléments distingués  $(0)$  et  $(1)$  dans  $(K)$ . Les axiomes suivants définissent le corps omégacyclique :

\subsection{Axiomes classiques d'un corps commutatif}
\begin{enumerate}
\item \textbf{Addition : groupe abélien}
\begin{itemize}
\item  $(a + b) + c = a + (b + c)$  (associativité),
\item  $(a + b = b + a)$  (commutativité),
\item  $(a + 0 = a)$  pour tout  $(a \in K)$   $(0)$  est le neutre additif, appelé \textit{zéro absolu}),



```

- \item Pour tout $(a \in K)$, il existe $(-a \in K)$ tel que $(a + (-a) = 0)$ (opposé additif).
- \end{itemize}
- \item \textbf{Multiplication : groupe abélien sur $(K \setminus \{0\})$ }
- \begin{itemize}
- \item $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ (associativité),
- \item $(a \times b = b \times a)$ (commutativité),
- \item $(a \times 1 = a)$ pour tout $(a \in K)$ (1 est le neutre multiplicatif),
- \item Pour tout $(a \in K)$ tel que $(a \neq 0)$ (où 0 est le zéro absolu), il existe $(a' \in K)$ tel que $(a \times a' = 1)$ (inverse multiplicatif, noté $(a' = 1/a)$).

- \end{itemize}
- \item \textbf{Distributivité}
- \begin{itemize}
- \item $(a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c))$ pour tout $(a, b, c \in K)$.
- \end{itemize}
- \item \textbf{Distinction des neutres}
- \begin{itemize}
- \item $(0 \neq 1)$, où 0 est le zéro absolu.
- \end{itemize}
- \end{enumerate}

\subsection{Axiomes omégacycliques supplémentaires}

- \begin{enumerate}
- \setcounter{enumi}{4}
- \item \textbf{Introduction de (Ω) }
- \begin{itemize}
- \item Il existe un élément $(\Omega \in K)$ tel que $(\Omega = 1/0)$ (l'inverse formel du zéro absolu 0 est défini).

- \end{itemize}
- \item \textbf{Identification cyclique}
- \begin{itemize}
- \item $(\Omega = 0)$ (l'élément (Ω) est égal au zéro absolu 0).
- \end{itemize}
- \item \textbf{Extension de la division par le zéro absolu}
- \begin{itemize}
- \item Pour tout $(a \in K)$, $(a / 0 = 0)$ (la division par le zéro absolu 0 retourne 0).
- \end{itemize}
- \item \textbf{Réciprocité cyclique}
- \begin{itemize}
- \item $(0 = 1/\Omega)$ (l'inverse de (Ω) est le zéro absolu 0), cohérent avec $(\Omega = 0)$.
- \end{itemize}
- \end{enumerate}

\subsection{Propriétés de la multiplication}

- \begin{enumerate}
- \setcounter{enumi}{8}
- \item \textbf{Multiplication par le zéro absolu}
- \begin{itemize}
- \item $(a \times 0 = 0)$ pour tout $(a \in K)$ (propriété classique du zéro absolu).

- \end{itemize}
- \end{enumerate}

`\subsection{Distinction des zéros et infinis}`

`\begin{enumerate}`

`\setcounter{enumi}{9}`

`\item \textbf{Autres zéros et infinis}`

`\begin{itemize}`

`\item` Toute autre notion de zéro (non absolu) est notée par des symboles distincts comme ϵ , θ , etc., et toute notion d'infini (non absolu) peut être introduite (par ex. ω , η , etc.).

`\item` Pour ces éléments ϵ , θ , etc., distincts du zéro absolu 0 , les calculs se font selon les règles classiques :

`\begin{itemize}`

`\item` Si $\epsilon \neq 0$, alors $1/\epsilon$ existe et $\epsilon \times (1/\epsilon) = 1$,

`\item` Si $a \times \epsilon = 0$ et $a \neq 0$, alors $\epsilon = 0$ (mais ici ϵ devrait être le zéro absolu sauf dans un contexte élargi).

`\end{itemize}`

`\end{itemize}`

`\end{enumerate}`

`\textbf{Note}` : Les zéros relatifs (comme ϵ , θ) et les infinis relatifs (comme ω , η) sont définis dans une structure plus riche, décrite dans <https://hubertelie.com/alter/Generescences-Entiers-variables-Corps-omegacyclique-Division-par-0-zero.pdf>. Cette structure intègre des concepts comme les entiers variables et les générécences.

`\section{Formalisation concise}`

Soit $(K, +, \times)$ une structure omégacyclique définie par :

`\begin{itemize}`

`\item` $(K, +)$ est un groupe abélien avec neutre 0 (le zéro absolu),

`\item` $(K \setminus \{0\}, \times)$ est un groupe abélien avec neutre 1 ,

`\item` $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$,

`\item` $a \times 0 = 0$ pour tout a (propriété du zéro absolu),

`\item` a / b est défini pour tout $a, b \in K$ avec :

`\begin{itemize}`

`\item` $a / b = a \times (1/b)$ si $b \neq 0$ (où $1/b$ est l'inverse classique pour b non égal au zéro absolu),

`\item` $a / 0 = 0$ pour tout a (division par le zéro absolu),

`\end{itemize}`

`\item` $\Omega = 1/0 = 0$,

`\item` $1/\Omega = 0$,

`\item` Les autres zéros (ϵ , θ , etc.) et infinis non absolus suivent les règles classiques tant qu'ils ne sont pas 0 ou Ω (voir note).

`\end{itemize}`

`\section{Exemples}`

`\begin{itemize}`

`\item` $5 / 0 = 0$ (zéro absolu),

`\item` $0 / 0 = 0$ (division par le zéro absolu),

`\item` $1/0 = \Omega = 0$,

`\item` $1/(1/0) = 1/\Omega = 0$,

`\item` Si $\epsilon \neq 0$ (un zéro non absolu), $1/\epsilon \times \epsilon = 1$, mais $\epsilon / 0 = 0$.

\end{itemize}

\section{Conclusion}

Le corps omégacyclique offre une extension cohérente des corps commutatifs en définissant $(a/0 \neq 0)$. Bien qu'il ne satisfasse pas la définition classique d'un corps (absence d'inverse multiplicatif pour (0)), il propose une structure où la division est universellement définie. La distinction entre le zéro absolu (0) et les zéros relatifs s'intègre dans un cadre plus large, ouvrant des perspectives pour reconsidérer les fondements mathématiques via les cycles infinis et les générances.

\end{document}